



بررسی درک دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از اعمال جمع، تفریق و ضرب با استفاده از تکالیف طرح مسأله

ابراهیم ریحانی¹، تائیس غیبی² و مجتبی اسکندری³

¹دانشیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر رجایی (نویسنده مسئول)، پست الکترونیکی: e_reyhani@yahoo.com

²دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی و دبیر ریاضی

³دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی و دبیر ریاضی

چکیده: هدف این تحقیق که به روش توصیفی-پیمایشی انجام شده است، بررسی درک دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از سه عمل جمع، تفریق و ضرب، با استفاده از تکالیف طرح مسأله است. بدین منظور، آزمونی شامل دو موقعیت طرح مسأله طراحی شد. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها، مدل رایلی و همکاران (1983) و دسته‌بندی یپ بان‌هار (2009) مورد استفاده قرار گرفت. نمونه مورد مطالعه شامل 358 دانش‌آموز کلاس پنجم، از هشت مدرسه در چهار منطقه تهران است که به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای چند مرحله‌ای انتخاب شدند. نتایج تحقیق نشان داد، با وجود اینکه دانش‌آموزان مسائل نسبتاً متعددی طرح کرده بودند اما اغلب این مسائل فاقد تنوع و ابتکار بود. در واقع، در موقعیت طرح مسأله در رابطه با ضرب، حدود 58 درصد دانش‌آموزان مسائلی از نوع هم‌تراز طرح کردند و در هر کدام از چهار دسته دیگر، فراوانی کمتر از 10 درصد بود. در موقعیت طرح مسأله در رابطه با جمع و تفریق نیز حدود 64 درصد مسائل، تنها در دو دسته -تغییر با نتیجه‌ی مجهول (افزایش) و ترکیب با مجموع مجهول - طرح شده بودند و در هریک از دوازده دسته دیگر، فراوانی کمتر از 15 درصد بود. به نظر می‌رسد اکثر دانش‌آموزان جمع، تفریق و ضرب را به صورت رویه‌ای درک کرده‌اند. به همین دلیل در طرح مسأله مرتبط با این اعمال، خود را در قالب‌هایی که آموزش دیده‌اند محصور می‌کنند. برخی از دانش‌آموزان در طرح مسأله، تطابق با دنیای واقعی را نادیده گرفته بودند. طرح مسائل مرتبط با تجارب شخصی، از نکات قابل توجه دیگری بود که در بررسی مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان مشاهده شد.

واژگان کلیدی: دانش‌آموزان، پنجم ابتدایی، طرح مسأله ریاضی، عمل‌های جمع، تفریق و ضرب.

Examining the Perceptions of Fifth-Grade Students of Addition, Subtraction and Multiplication Concepts, Via Problem Posing Tasks

E. Reyhani¹, T. Gheibi² and M. Eskandari³

¹Associate Prof. of Mathematics of SRTTU.

²M.A. Student of. Mathematics Education of SRTTU.

³M.A. of Mathematics Education of SRTTU.

Abstract: The purpose of this descriptive study is to examine the perceptions of fifth-grade students of addition, subtraction and multiplication concepts, via problem posing tasks. For this purpose, a problem posing test was devised and implemented. For data analysis, classification of Riley et al (1983) and Yeap (2009) was used. The sample included 358 fifth-grade students from eight schools in four districts of Tehran were selected by multistage cluster sampling. The results showed that, despite student posed the relatively numerous problems but most of them need more variety and innovation. In fact, in multiplication problem posing task, about 58% of students posed problem in kind of Equal Groups and in each of the another four categories, the frequency was less than 10%. Also, in subtraction and addition problem posing task, about 64% of the problems posed only in two categories -Change with unknown result set (increase) and Combine with unknown superset- and in each of the another twelve categories, the frequency was less than 15%. It seems that most of students had understood addition, subtraction and multiplication, procedurally. For this reason, in posing problem associated with these actions, they are compassing themselves in forms that are trained. in some of the problems, conformity with the real world were ignored. Problem posing associated with the personal experiences was one of the other noteworthy points that observed in posed problem by the students.

Key words: Student, Mathematics Problem Posing, Fifth-Grade, Addition, Subtraction and Multiplication Operations.

1 - مقدمه

صورت‌بندی و اصلاح مسائل داشته باشند، چرا که مسائلی که در دنیای واقعی رخ می‌دهد اغلب شکل منظم و بسته‌بندی شده‌ای ندارند" (NCTM، 2000، ص 335). برای استفاده از فعالیت‌های طرح مسأله در کلاس‌های درس، مزایایی مطرح شده است. لئی‌وی و شریکی⁵ (2007) معتقدند که در نظر گرفتن فعالیت‌های طرح مسأله در تدریس ریاضی به معلمان کمک می‌کند تا نسبت به ادراکات و دانش ریاضی دانش‌آموزان بصیرت بهتری به دست آورند. همچنین می‌تواند به کاهش وابستگی آنها به معلم و کتاب درسی کمک کند.

با توجه به اینکه آگاهی نسبت به درک کودکان از مفاهیم اولیه ریاضی، مانند اعداد و اعمال اصلی، در برطرف کردن مشکلات بعدی آنها می‌تواند مؤثر باشد، شاید بتوان از فعالیت‌های طرح مسأله هم به‌عنوان ابزاری جهت آگاهی از میزان درک دانش‌آموزان نسبت به اعمال اصلی، و هم جهت آموزش معنی‌دار این مفاهیم استفاده کرد. هدف مطالعه حاضر بررسی درک دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از اعمال جمع، تفریق و ضرب، با استفاده از تکالیف طرح مسأله است. از این رو محقق با انجام این مطالعه در پی یافتن پاسخ به سؤالات ذیل است:

سؤال اول تحقیق: درک دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از ضرب اعداد چگونه است؟

سؤال دوم تحقیق: درک دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از جمع و تفریق اعداد چگونه است؟

1-1- مبانی نظری

طرح مسأله و حل مسأله به‌عنوان دو محور اصلی در آموزش ریاضیات شناسایی شده‌اند (انگلیش، 1997، NCTM، 2000، سیلور⁶، 1994، و کای و هوانگ⁷، 2002). کیل پاتریک⁸ (1987) معتقد است، طرح مسأله یکی از ملزومات مهم حل مسأله است و نباید آن را فقط به‌عنوان یک هدف دید، بلکه لازم است طرح مسأله را به‌عنوان ابزاری برای آموزش نیز به‌حساب آورد. در اسناد NCTM (2000، ص 258) تأکید شده است که معلمان باید به‌طور مرتب از دانش‌آموزان بخواهند تا بر مبنای موقعیت‌های متنوع، مسائل ریاضی جالب توجه⁹، هم در زمینه ریاضی و هم در زمینه‌های دیگر، طرح کنند. کسان، کایا و گورسین¹⁰ (2010) بیان می‌دارند که طرح مسأله تعامل بین معلم و دانش‌آموز را افزایش و تفکر واگرا را در دانش‌آموزان توسعه می‌دهد. کای و هوانگ (2002) در

اعداد طبیعی، ویژگی‌های آنها و اعمال اصلی که روی اعداد طبیعی تعریف می‌شوند، از جمله موضوعاتی است که لازم است دانش‌آموزان دوره ابتدایی با آنها آشنا شوند، در استفاده از آنها مهارت یابند و در موقعیت‌های مختلف این مهارت‌ها را مورد استفاده قرار دهند. شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا و کانادا¹ (NCTM، 2000، ص 148) بیان می‌دارد که دانش‌آموزان در پایه سوم تا پنجم باید عمل‌های اصلی را بشناسند و روابط بین آنها - مثلاً تقسیم عکس ضرب است - را برای حل مسائل، مورد استفاده قرار دهند.

بنابر تجارب نگارندگان و با توجه به عملکرد ضعیف دانش‌آموزان ایرانی در آزمون‌های ریاضی داخلی و مطالعات بین‌المللی مانند تیمز²، به نظر می‌رسد یکی از چالش‌های دانش‌آموزان، به ویژه در دوره‌های ابتدایی و راهنمایی، در حل مسأله، معمولاً به عدم درک و یا درک سطحی آنها از اعمال اصلی مربوط می‌گردد. بخشی از این چالش‌ها ناشی از روش‌های تدریس و ارزیابی نامناسبی است که در کلاس‌های ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این باره، علم‌الهدائی (1388) معتقد است که یکی از مهمترین مشکلات موجود در تدریس و یادگیری ریاضیات، روش‌های تدریس و سبک‌های یاددهی غیر علمی و سلیقه‌ای و غیرمبتنی بر قابلیت‌های درسی و ذهنی فراگیران و واقعیت‌های موجود کلاس درس است. به کارگیری فعالیت‌ها و رویکردهای نوین در تدریس ریاضی می‌تواند در رفع این مشکلات مؤثر باشد.

استفاده از تکالیف طرح مسأله³ در فرایند تدریس ریاضی، از جمله موضوع‌هایی است که مورد توجه و حتی تأکید برخی محققان و آموزشگران ریاضی قرار گرفته است. تکلیف (فعالیت) طرح مسأله در این تحقیق به معنی ایجاد فرصت‌هایی برای دانش‌آموزان است که بر اساس دانش و تجارب خویش، یک مسأله ریاضی طرح کنند. این گونه تکالیف می‌توانند در آموزش بهتر ریاضیات و ارزیابی درک دانش‌آموزان از مفاهیم مختلف ریاضی، مفید واقع شود. طبق نظر انگلیش⁴ (1997)، اگر بتوانیم دانش‌آموزان را به بیان درک خود از مسأله‌های مختلف تشویق کنیم، می‌توانیم بینش مهمی از فهم ریاضی آن‌ها به‌دست آوریم. اعضای شورای ملی معلمان ریاضی بیان می‌دارند: "دانش‌آموزان باید فرصت‌هایی را برای تدوین و

بر اساس تصاویر و نمودارهای خاص مورد نظر است. این نوع موقعیت‌ها می‌تواند به دانش‌آموز در مدل‌سازی موقعیت‌های واقعی اطراف خود کمک کند. به خصوص اگر داستان یا تصویر داده شده به واقعیت نزدیک و برای دانش‌آموز معنی‌دار باشد و او بتواند با افراد درون داستان ارتباطی مناسب برقرار کند. کریستو و همکاران (2005) به منظور بررسی مهارت طرح مسأله دانش‌آموزان در این موقعیت‌ها جدولی مانند جدول 1 را به آنها ارائه کرده و از آنها خواستند مسأله‌ای طرح کنند که برای حل آن، به یک جمع و یک تفریق نیاز داشته باشیم.

جدول 1- نمونه‌ای از تکلیف طرح‌مسأله در موقعیت نیمه ساختاریافته

نام بچه‌ها	حساب پس‌انداز بچه‌ها
سعید	250
رامین	415
جواد	255
حسین	370

موقعیت آزاد: تکلیفی که در آن دانش‌آموزان، بدون هیچ محدودیتی، مسأله‌ای دلخواه طرح می‌کند. به‌عنوان مثال، مسأله‌ای طرح کنند که خودشان آن را دوست دارند. طرح مسأله ممکن است قبل از مدرسه یا در سال‌های اول تحصیل در مدرسه، توسط کودکان صورت پذیرد. این مسائل عمدتاً ساده و برگرفته از موقعیت‌ها و تجاربی هستند که کودکان در زندگی روزمره با آنها روبرو شده‌اند. بسیار مفید است که معلمان این نوع مسأله طرح کردن را تقویت کنند. این کار باعث می‌شود دانش‌آموزان، ارتباط ریاضی با دنیای واقعی را بیشتر درک کنند و به تدریج به مسأله طرح‌کن‌های ماهر تبدیل شوند که می‌توانند مسائل معنی‌دار ریاضی براساس موقعیت‌های دنیای پیرامون خود طرح و حتی حل کنند. در این خصوص شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا و کانادا (NCTM، 2000) می‌گوید:

"طرح مسأله برای بچه‌های کم سن و سال به طور طبیعی پیش می‌آید: «من در شگفتم که چقدر طول می‌کشد تا یک میلیون را بشماریم؟» معلمان و اولیاء می‌توانند این میل و استعداد را با کمک به آنها برای ساخت مسائل ریاضی از دنیای خودشان، یاری کنند" (ص53). اعمال اصلی جزء نخستین مفاهیم ریاضی هستند که در

مطالعه خود به این نتیجه رسیدند که بین توانایی طرح مسأله و مهارت حل مسأله دانش‌آموزان همبستگی وجود دارد. روت-برنشتاین¹¹ (2003) براین باور است که فقدان تمرکز ما در تلاش برای درک فرآیندهایی که طرح مسأله را، به‌عنوان یک خصیصه فکری مهم افراد مبتکر، تشکیل می‌دهند، یک مشکل اساسی آموزش و پرورش است (نقل شده در کریستو، مسولیدس، پیتالیس، پنتازی و سریرامن¹²، 2005). برخی محققان و معلمان ریاضی از جمله کیل‌پاتریک (1987) و سیلور (1993) تأکید کرده‌اند که همراهی تکالیف طرح مسأله و حل مسأله در کلاس‌های درس ریاضی تأثیر مثبتی بر تفکر ریاضی دانش‌آموزان دارد (نقل شده در ابوالوان¹³، 1999).

کیل‌پاتریک (1987) برای ایجاد مسائل جدید، روش‌هایی را مطرح کرده است. وی در نوشته‌های خود، استدلال می‌کند که طی حل مسأله می‌توان برخی یا همه شرایط مسأله را تغییر داد و مسائل جدیدی طرح کرد، یا مسأله جدید ممکن است در نتیجه و پس از حل یک مسأله داده شده، به وجود آید. علی‌رغم تمام تأکیدات در خصوص لزوم برنامه‌ریزی آموزشی شامل فعالیت‌های طرح مسأله، مسؤلان برنامه‌ریزی آموزشی و مربیان ریاضی در کشورمان، نسبت به آن توجه لازم را نداشته‌اند. به ندرت از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا در رابطه با دانش خود مسأله طرح کنند. با توجه به هدف این تحقیق، انتخاب تکالیف و موقعیت‌های طرح مسأله‌ی مناسب، ضروری است. در خصوص نوع تکالیف طرح مسأله مطالعاتی انجام شده که در ادامه، چارچوب استویانوا و الرتن¹⁴ (1996)، بیان می‌شود.

چارچوب استویانوا و الرتن (1996)

استویانوا و الرتن (1996) تکالیف طرح مسأله را به سه دسته ذیل، تقسیم می‌کنند:

1- موقعیت طرح مسأله ساختاریافته¹⁵

2- موقعیت طرح مسأله نیمه ساختاریافته¹⁶

3- موقعیت‌های طرح مسأله آزاد¹⁷

موقعیت ساختاریافته: موقعیت‌های طرح مسأله ساختاریافته به طرح مسأله دانش‌آموزان از طریق صورت‌بندی مجدد مسائل از قبل حل شده، تغییر شرایط مسأله و پرسش از مسائل داده شده، اشاره دارد.

موقعیت نیمه ساختاریافته: اشاره به موقعیت‌های نیمه تمام دارد. در این موقعیت‌ها، گاهی نوشتن مسائل

و یا در ترکیب باهم، در نظر گرفته می‌شود. مسائل مقایسه شامل مقایسه دو مقدار با هم و مشخص کردن تفاوت بین آنها می‌شود. هر یک از این سه دسته وضعیت مسأله‌ای اولیه، می‌تواند براساس شناسایی مقادیر مجهول به زیر مجموعه‌های مختلف بیشتری تقسیم شود. در مجموع طبق این مدل، مسائل کلامی جمع و تفریق به چهارده نوع تقسیم می‌شود که در جدول 2 ارائه شده است. لازم به ذکر است در این مدل، دسته‌ی دیگری بنام مساوی نمودن²³، ذکر شده است که رایلی و همکارانش (1983) این دسته را از پژوهش کارپنتر و مورز²⁴ (1981) اقتباس کرده‌اند.

در مسائل مساوی نمودن، ارتباط نسبی بین دو کمیت به صورت پویا بیان می‌شود، نه به صورت ایستا. به عنوان مثال، "رضا 8 مهره دارد. امین 5 مهره دارد. امین چند مهره نیاز دارد تا اندازه رضا مهره داشته باشد؟". این دسته (مساوی نمودن) را می‌توان ترکیب دو دسته تغییر و ترکیب در مدل رایلی و همکاران (1983) دانست. به این دلیل، نگارندگان به منظور جلوگیری از افزایش بی‌مورد دسته‌ها، از بیان آن خودداری کرده و به سه دسته اصلی (تغییر، ترکیب و مقایسه) بسنده نمودند.

این مدل می‌تواند به وسیله معلم، برای ارائه انواع مختلف مسائل جمع و تفریق به دانش‌آموزان دوره ابتدایی، مورد استفاده قرار گیرد. همچنین، با استفاده از آن می‌توان به بررسی تنوع مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان، در موقعیت‌های طرح مسأله جمع و تفریق، پرداخت.

دسته‌بندی یپ بان‌هار²⁵

یپ (2002) از دانش‌آموزان خواسته بود، مسأله کلامی طرح کنند که یکی از مراحل حل آن 4×6 باشد (نقل شده در یپ، 2009، ترجمه ریحانی و کریمی‌کیا، 1391). یپ (2009) با توجه به پاسخ دانش‌آموزان، مسائل کلامی طرح شده را به پنج دسته تقسیم کرده است. این پنج دسته، همراه با نمونه‌هایی از مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان، در جدول 3 ارائه شده است. وی بیان می‌دارد دانش‌آموزان مسائلی طرح کردند که به آنها آموزش داده شده بود. به‌عنوان مثال، هیچ‌یک از دانش‌آموزان پایه سوم، مسائلی که شامل مساحت باشد طرح نکردند، به این دلیل که این مفهوم به آنها آموزش داده نشده بود (یپ، 2009، ترجمه ریحانی و کریمی‌کیا، 1391).

سال‌های آغازین دوره تحصیل به دانش‌آموزان آموزش داده می‌شوند. ایزدی (1391) در مطالعه‌ای که به منظور بررسی فرایند آموزش دو عمل جمع و تفریق در اهداف برنامه و محتوای کتب درسی ریاضی پایه اول ابتدایی سه کشور ایران، ژاپن و آمریکا انجام داد، به این نتیجه رسید که محتوای کتاب جدید ریاضی اول ابتدایی (مربوط به سال تحصیلی 1390-1391) با وجود تمرکز اهداف برنامه درسی بر مفهوم‌سازی مناسب، بیشتر بر توسعه دانش رویه‌ای در دانش‌آموزان تأکید دارد. بنابر مطالعه وی، آموزش رویه‌ای مفاهیم در کتاب ریاضی قدیم (چاپ 1390-1389 و قبل از آن) سال اول ابتدایی، بیشتر بوده و آموزش مفاهیم جمع و تفریق تنها با دو روش انجام می‌گرفته است. این امر در حالی است که درک و برداشت دانش‌آموزان از ریاضیات و یادگیری ریاضی در سال‌های اول تحصیل، تأثیر به‌سزایی بر انگیزه، تلاش و یادگیری‌های بعدی آنها دارد. از طرفی، درک صحیح اعمال اصلی و تسلط به آنها در انجام محاسبات و حل مسائل کلامی، ضروری به نظر می‌رسد و عدم درک یا درک ناقص مفاهیم پایه، می‌تواند سبب بروز مشکلات جدی در مراحل بالاتر تحصیل شود. با توجه به موارد فوق، باید از درک عمیق و مفهومی دانش‌آموزان دوره ابتدایی نسبت به اعمال اصلی اطمینان حاصل کرد. چرا که نقص در این حیطه از دانش ریاضی، به‌عنوان ابزارهای اصلی در انجام محاسبات، می‌تواند باعث ایجاد شکافی جبران‌ناپذیر در دانش مفهومی آنها از مفاهیمی شود که بر مبنای اعمال اصلی تعریف می‌شود. در خصوص ارتباط اعمال اصلی و مسائل کلامی، مدل‌ها و دسته‌بندی‌هایی بیان شده است که می‌تواند حاکی از اهمیت اعمال اصلی روی اعداد باشد. در ادامه به تشریح دو مورد از آنها که برای تجزیه و تحلیل داده‌های پژوهش مورد استفاده قرار گرفته‌اند، پرداخته می‌شود.

مدل رایلی، گرنو و هلر¹⁸ (1983)

رایلی و همکارانش (1983) مدلی برای طبقه‌بندی مسائل کلامی جمع و تفریق معرفی کرده‌اند که سه دسته موقعیت مسأله‌ای¹⁹ را متمایز می‌کند: تغییر²⁰، ترکیب²¹ و مقایسه²². مسائل تغییر به موقعیت‌های فعال یا پویایی اشاره دارد که در آن برخی رویدادها، ارزش یک مقدار اولیه را تغییر می‌دهد. مسائل ترکیب به موقعیت‌های ایستایی اشاره دارد که در آن دو کمیت به صورت جداگانه

جدول 2- تقسیم‌بندی مسائل جمع و تفریق

نوع	جهت	مجهول	نمونه
تغییر	افزایش	نتیجه تغییر	رضا 5 مهره دارد. امین 3 مهره به او می‌دهد. حالا رضا چند مهره دارد؟
	کاهش	نتیجه تغییر	رضا 8 مهره دارد. 3 مهره خود را به امین می‌دهد. حالا رضا چند مهره دارد؟
	افزایش	مقدار تغییر	رضا 5 مهره داشت. امین تعدادی مهره به او داد. حالا رضا 8 مهره دارد. امین چند مهره به رضا داده است؟
	کاهش	مقدار تغییر	رضا 8 مهره داشت. امین تعدادی مهره از او گرفت. حالا رضا 5 مهره دارد. امین چند مهره از رضا گرفته است؟
	افزایش	مقدار اولیه	رضا تعدادی مهره داشت. امین به او 3 مهره داد. حالا رضا 8 مهره دارد. رضا چند مهره داشته است؟
	کاهش	مقدار اولیه	رضا تعدادی مهره داشت. امین از او 3 مهره گرفت. حالا رضا 5 مهره دارد. رضا چند مهره داشته است؟
ترکیب	-	مجموع	رضا 8 مهره و امین 5 مهره دارند. آنها روی هم چند مهره دارند؟
	-	زیر مجموعه	رضا و امین روی هم 13 مهره دارند. رضا 8 مهره دارد. امین چند مهره دارد؟
مقایسه	بیشتر	اختلاف	رضا 8 مهره و امین 5 مهره دارد. رضا چند مهره بیشتر از امین دارد؟
	کمتر	اختلاف	رضا 8 مهره و امین 5 مهره دارد. امین چند مهره کمتر از رضا دارد؟
	بیشتر	مقایسه	رضا 5 مهره دارد. امین 3 مهره بیشتر از او دارد. امین چند مهره دارد؟
	کمتر	مقایسه	رضا 8 مهره دارد. امین 3 مهره کمتر از او دارد. امین چند مهره دارد؟
	بیشتر	ارجاع به فرد اول	رضا 8 مهره دارد. اگر رضا 3 مهره بیشتر از امین داشته باشد، امین چند مهره دارد؟
	کمتر	ارجاع به فرد اول	رضا 5 مهره دارد. اگر رضا 3 مهره کمتر از امین داشته باشد، امین چند مهره دارد؟

جدول 3- مفهوم‌سازی دانش‌آموزان در ارتباط با ضرب

نوع وضعیت	پاسخ‌های نمونه
گروه‌های هم‌تراز ²⁵	4 جعبه پرتقال وجود دارد. در هر جعبه 6 پرتقال وجود دارد. چه تعداد پرتقال موجود است؟
مقایسه‌ای ²⁶	رضا 6 کارت تلفن جمع‌آوری کرد. من 4 برابر او کارت تلفن جمع‌آوری کردم. من چند کارت تلفن جمع‌آوری کرده‌ام؟
آرایش مستطیلی ²⁷	6 صندلی در هر ردیف وجود دارد. اگر 4 ردیف وجود داشته باشد، چه تعداد صندلی وجود داشته است؟
مساحت ²⁸	یک خانه مستطیل شکل دارای عرض 4 متر و طول 6 متر است. مساحت خانه مستطیل شکل چقدر است؟
نرخ ²⁹	احمد یک جعبه به ارزش 4 دلار خرید. او نیاز دارد 5 جعبه دیگر بخرد. او برای همه جعبه‌ها چه قدر پول باید بپردازد؟

سه هفته آخر اردیبهشت ماه سال 1391 که تدریس کتاب‌های درسی به‌طور کامل انجام شده بود، اجرا شد. لازم به توضیح است، بعد از انتخاب نمونه و برگزاری آزمون و تصحیح پاسخ‌نامه‌ها، تعداد 358 پاسخ‌نامه به‌طور کامل مورد بررسی قرار گرفت و 28 پاسخ‌نامه به علت ناقص بودن حذف گردید. به‌منظور تجزیه و تحلیل داده‌ها، مدل رایلی و همکاران (1983) و دسته‌بندی یپ بان‌هار (2009) مورد استفاده قرار گرفتند.

3 - یافته‌های پژوهش

در سؤال اول آزمون، موقعیت ارائه شده در شکل 1 به دانش‌آموزان داده شد.

موقعیت ارائه شده: مسأله‌ای بنویسید که پاسخ آن 5×3 باشد.

شکل 1- ارائه یک موقعیت نیمه ساختار یافته طرح مسأله به‌عنوان سؤال اول آزمون

هدف از این سؤال، بررسی درک دانش‌آموزان از نماد، محاسبات ریاضی و مشکلات آن‌ها در رابطه با ضرب بود. چند نمونه از مسائل درست و نادرست که توسط دانش‌آموزان برای این موقعیت طرح شده بود، در جدول 4 ارائه شده است.

2 - روش تحقیق

این تحقیق به بررسی درک دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از سه عمل جمع، تفریق و ضرب، با استفاده از تکالیف طرح مسأله می‌پردازد. به این منظور، از روش توصیفی - پیمایشی استفاده شده است. این تحقیق از نظر هدف، در زمره پژوهش‌های کاربردی است و می‌تواند برای بهبود تصمیمات لازم در برنامه‌ریزی آموزشی واحدهای آموزشی مورد استفاده قرار گیرد. جامعه مورد بررسی پژوهش، کلیه دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی تهران است که در سال تحصیلی 1390-1391 مشغول تحصیل بودند. تعداد 386 نفر از این دانش‌آموزان، به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای چند مرحله‌ای، از چهار منطقه 18، 8، 3 و 1 انتخاب شدند. به‌منظور جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز، از آزمون محقق ساخته که از طریق تکالیف طرح مسأله درک آنها را از جمع، تفریق و ضرب، مورد بررسی قرار می‌داد، استفاده شد. این آزمون از دو سؤال تشکیل شده بود که سؤال اول آن، در مورد مفهوم ضرب و سؤال دوم، در مورد مفاهیم جمع و تفریق بود. روایی صوری آزمون به وسیله چند تن از استادان ریاضی و آموزش ریاضی و نیز، تعدادی از معلمان ریاضی، مورد تأیید قرار گرفت. این آزمون در

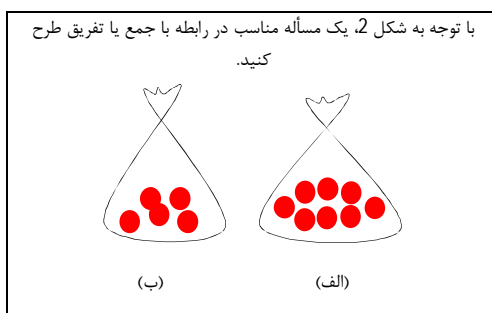
جدول 4- نمونه‌هایی از پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤال اول آزمون

ردیف	مسئله طرح شده توسط دانش‌آموزان	درستی یا نادرستی
1	علی 5 تومان پول دارد. احمد سه برابر علی پول دارد. پول کدام یک بیش تر است؟	نادرست
2	علی 5 مداد داشت. 3 بسته 5 تایی دیگر هم خرید. حالا او چند مداد دارد؟	نادرست
3	علی اکنون 3 تا سیب دارد اگر بخواید 5 جعبه سیب دیگر بخرد حساب کنید علی چند تا سیب خواهد داشت؟	نادرست
4	برای دوختن 5 پیراهن 3 متر پارچه وجود دارد. ما چند پیراهن می‌توانیم بدوزیم؟	نادرست
5	احمد 5 جعبه دارد در هر کدام 3 گل وجود دارد احمد چند گل دارد.	درست
6	علی 5 دسته‌ی سه تایی شکلات دارد. او چند شکلات دارد؟	درست
7	میانگین پنج عدد 3 است مجموع آن پنج عدد را بدست آورید.	درست
8	علی 5 تا خودکار 3 تومانی در سال 1320 خرید او چه مبلغی پرداخت کرده است؟	درست

جدول 5- چگونگی پراکندگی پاسخ دانش‌آموزان به طرح مسئله

نوع گروه	پاسخ‌های نمونه	فراوانی	درصد فراوانی
هم‌تراز	مریم 3 بسته چسب زخم 5 تایی خرید. او چند چسب زخم دارد؟	206	58
مستطیلی	در جعبه‌ای 5 ردیف 3 تایی شیر وجود دارد. در این جعبه چند عدد شیر وجود دارد؟	23	6/4
مساحت	متوازی‌الاضلاعی داریم که قاعده آن 5 سانتی‌متر و ارتفاع آن 3 سانتی‌متر است. مساحت این متوازی‌الاضلاع را حساب کنید.	12	3/3
نوخ	علی پولی از پدرش گرفت که 5 تا 3 تومانی بود جمعاً پدر علی چه قدر به علی پول داده است.	12	3/3
مقایسه	مادر زهره 5 متر پارچه خرید و مادر علی 3 برابر مادر زهره پارچه خرید. مادر علی چند متر پارچه خرید؟	20	6
سایر	میانگین 5 عدد، 3 است. مجموع آن پنج عدد را حساب کنید. علی 3 ریال پول داشت و مریم 5 ریال جواب ضرب این دو عدد چند می‌شود؟ پدر علی برای خانه‌شان 5 تا نوشابه گرفت. اگر در هر نوشابه 3 لیتر نوشابه باشد چند لیتر نوشابه گرفته است؟ [گنجایش] پدر رضا در پنج روز، روزی پنج بادکنک خرید که هر روز دو تای آن ترکیب چند بادکنک مانده؟	11	3
غلط	در کتابخانه‌ای 5 عدد کتاب شعر و 3 عدد کتاب داستان باقی مانده است. تعداد کتاب‌ها را حساب کنید.	73	20
بدون پاسخ		1	0/02

هدف از این سؤال بررسی انواع مختلف مسائل جمع و تفریق بود که دانش‌آموزان بر مبنای دانش ریاضی و تجارب خود، برای این موقعیت، می‌توانستند طرح کنند.



شکل 2- ارائه شکل به عنوان موقعیت نیمه ساختار یافته طرح مسئله برای جمع و تفریق

این مسائل بر اساس مدل رایلی و همکاران (1983) مورد بررسی قرار گرفت. البته با توجه به پاسخ دانش‌آموزان به این سؤال، نوع درک و توانایی آنها در مدل‌سازی موقعیت‌های واقعی اطراف هم مشخص شد. نمونه‌ای از پاسخ‌های دانش‌آموزان در جدول 6، ارائه شده است.

جدول فراوانی پاسخ‌های دانش‌آموزان بر حسب مدل یپ (2009) در جدول 5 ارائه شده است. همان‌طور که در جدول 5 ملاحظه می‌شود، بیش از نیمی از مسائل طرح شده برای 3×5 از نوع گروه‌های هم‌تراز است. در سایر گروه‌ها درصد فراوانی مسائل طرح شده، کمتر از 10 درصد است. اگر مهمترین عامل در نوع مسائل طرح شده را روش آموزش و مباحث موجود در کتاب درسی بدانیم، باید به عدم وجود تعادل در کتب درسی، در مبحث ضرب، اعتراف کنیم. البته بخشی از این عدم تعادل ممکن است ریشه در روش تدریس سنتی و تک بعدی داشته باشد که بیشتر بر یادگیری طوطی‌وار تأکید دارد تا بر یادگیری معنی‌دار. نکته حائز اهمیت دیگری که در جدول 5 به چشم می‌خورد، آن است که حدود 11 مسئله توسط دانش‌آموزان به گونه‌ای طرح شد که به نوعی در هیچ‌یک از پنج دسته مسائل یپ (2009) قرار نمی‌گیرند. در سؤال دوم آزمون، از دانش‌آموزان خواسته شده بود که با توجه به شکل 2، یک مسئله در مورد جمع یا تفریق بنویسند.

جدول 6 - نمونه‌هایی از پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤال دوم آزمون

ردیف	مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان		
	نوع مسأله	جهت	مجهول
1	تغییر	کاهش	نتیجه تغییر
2	تغییر	کاهش	مقدار تغییر
3	تغییر	کاهش	نتیجه تغییر
4	ترکیب	-	زیر مجموعه
5	ترکیب	-	زیر مجموعه
6	-	-	-

جدول 7 - چگونگی پراکندگی پاسخ دانش‌آموزان به تکلیف طرح مسأله

نوع	جهت	مجهول	فراوانی	درصد فراوانی
تغییر	افزایش	نتیجه تغییر	117	32/7
	کاهش	نتیجه تغییر	38	10/6
	افزایش	مقدار تغییر	20	5/6
	کاهش	مقدار تغییر	3	0/8
	افزایش	مقدار اولیه	1	0/3
	کاهش	مقدار اولیه	0	0
ترکیب	-	مجموع	113	31/6
	-	زیر مجموعه	44	12/1
مقایسه	بیشتر	اختلاف	9	2/5
	کمتر	اختلاف	8	2/2
	بیشتر	مقایسه	1	0/3
	کمتر	مقایسه	1	0/3
	بیشتر	ارجاع به فرد اول	0	0
	کمتر	ارجاع به فرد اول	0	0
سایر	-	-	3	1

دانش‌آموزی که از وضعیت رفاهی خوبی برخوردار بود، در پاسخ به تکلیف طرح مسأله برای 3×5 ، مسأله اول جدول 8 را ارائه داد. دانش‌آموز دیگری، برای طرح همین مسأله از اسامی خواهر و برادر خود استفاده کرده بود (جدول 8، مسأله 2). دانش‌آموزان دیگری، در پاسخ به سؤال دوم طرح مسأله در رابطه با جمع و تفریق، مسائل 3، 4 و 5 را نوشته بودند.

پاسخ دانش‌آموزان به این سؤال بررسی شده و نتایج آن، در جدول 7 ارائه گردیده است. دانش‌آموزان گروه نمونه، در عمل، فقط در هشت دسته از این مدل مسأله طرح کرده‌اند. کمبود تنوع و ابتکار در نوع مسائل طرح شده، مهمترین ضعفی است که در این بخش به چشم می‌خورد. بعضی از دانش‌آموزان در طرح مسأله از تجارب زندگی روزمره خود استفاده کردند. برای مثال، می‌توان مواردی را که در جدول 8 ارائه شده است، ذکر کرد.

جدول 8 - نمونه‌هایی از طرح مسأله دانش‌آموزان از نوع اتصال به تجارب شخصی

ردیف	مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان
1	زهرا 5 کمد دارد که درون هر کمد 3 مانتو وجود دارد. زهرا چند مانتو دارد؟
2	پدر مینا و مبینا و علی برای آن‌ها 3 بسته خرید که داخل هر بسته 5 جایزه بود. حالا مینا و مبینا و علی چند جایزه دارند؟
3	زهرا برای برادرش یک کیسه لگو که در آن هشت قطعه لگو بود خرید و بار دیگر یک کیسه که در آن پنج قطعه لگو بود خرید. برادر زهرا چند قطعه لگو دارد؟
4	پدرم در راه آمدن به خانه 8 تا گوجه خرید که در راه کیسه از دستش افتاد و فقط 5 تا از گوجه‌ها در داخل کیسه‌ها ماند. حالا شما بگویید چند تا از گوجه‌ها از کیسه افتاده است؟
5	دو پسر با هم آدامس گرد خریدند. الف 7 عدد و ب 6 عدد، ب 1 آدامس را به الف داد. الف چند آدامس دارد؟ ب چند آدامس دارد؟
6	علی 5 بادکنک باد کرد (برای روز معلم) که در هر کدام از آن‌ها 3 شکلات بود. حالا علی چند شکلات دارد؟

این ضعف در طرح مسائل مناسب، می‌تواند به دلیل عدم وجود فرصت‌های تجربه طرح مسأله در کلاس‌های ریاضی باشد. نکته دیگر در مورد مسائل طرح شده، این است که این مسائل از تنوع زیادی برخوردار نیستند. 58 درصد مسائل طرح شده از نوع "هم‌تراز" بودند. یعنی بیش از نیمی از مسائل در یک دسته قرار داشتند و در سایر گروه‌ها درصد فراوانی مسائل طرح شده کمتر از 10 درصد بود. به‌نظر می‌رسد دلیل اصلی این وضعیت، نوع آموزش‌های کلاسی و تمرین‌های موجود در کتاب‌های درسی باشد که از روش‌های محدودی برای آموزش ضرب استفاده می‌کنند. در این صورت، باید به عدم وجود تعادل در کتب درسی و فقدان توجه به آموزش تعبیرها و تفسیرهای مختلف ضرب، اذعان داشت. البته بخشی از این عدم تعادل ممکن است ناشی از روش‌های تدریس متداول در درس ریاضی باشد که به جای تأکید بر درک مفاهیم، بیشتر بر حفظ رویه‌ها متمرکز است. نکته دیگری که در جدول 5 مشاهده شد، جامع نبودن دسته‌بندی یپ (2009) است. چرا که 11 مسأله توسط دانش‌آموزان شرکت کننده در این مطالعه طرح شده بود که در هیچ‌یک از دسته‌های وی قرار نمی‌گیرند. این نوع مسائل همچنین، می‌تواند به منزله وجود دانش‌آموزان خلاق باشد که خارج از محدوده‌هایی که از قبل برای آنها تعیین می‌شود عمل می‌کنند. شاید بتوان با بررسی‌ها و مطالعات بیشتر دسته‌بندی یپ (2009) را گسترش داد.

ارتباط مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان با دنیای واقعی، از دیگر نکاتی بود که توسط محققین مورد توجه قرار گرفت. طبق جدول 9، در پاسخ به سؤال اول آزمون، حدود 76 درصد از دانش‌آموزان مسائلی صحیح طرح کردند که مرتبط با دنیای واقعی بود. 24 درصد دیگر، یا موفق به طرح مسأله صحیح نشدند یا مسأله آنها صرفاً در زمینه ریاضی طرح شده بود و در ارتباط با دنیای واقعی نبود. این امر می‌تواند نمایانگر وجود دانش‌آموزانی باشد که نسبت به ضرب درک مفهومی ندارند و ضرب را به صورت الگوریتمی و رویه‌ای درک کرده‌اند. نکته دیگری که در پاسخ‌های دانش‌آموزان مشهود بود این‌که، برخی از آنها در طرح مسأله، از تجارب شخصی خود در زندگی روزمره استفاده کردند. این نکته می‌تواند نشان دهنده لزوم برقراری ارتباط بیشتر بین ریاضیات و تجارب واقعی دانش‌آموزان باشد. از این طریق نه تنها به درک بهتری از

در پژوهش حاضر، این‌که مسائل طرح شده تا چه اندازه مرتبط با دنیای واقعی و مرتبط با زندگی روزمره هستند نیز، مورد توجه بود. بنابر این، مسائل صحیح طرح شده، از نظر ارتباط با دنیای واقعی نیز مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج این بررسی در جدول 9 ارائه شده است.

جدول 9- صحت مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان و ارتباط آنها با دنیای واقعی

شماره سؤال	مسائل صحیح				مرتبط با دنیای واقعی	مرتبط با دنیای واقعی
	غیر واقعی		واقعی			
	درصد فراوانی	درصد فراوانی	درصد فراوانی	درصد فراوانی	درصد فراوانی	
سؤال اول آزمون	21	73	3	11	76	272
سؤال دوم آزمون	0	0	1	3	99	355

همان‌طور که در جدول 9 مشاهده می‌شود، در پاسخ به سؤال اول آزمون که مربوط به ضرب بود، حدود 76 درصد از دانش‌آموزان موفق به طرح مسائل صحیح شده‌اند که مرتبط با دنیای واقعی است و 3 درصد از دانش‌آموزانی که موفق به طرح مسأله صحیح شده‌اند، به واقعی بودن مسائل خود توجه نداشته‌اند. همچنین حدود 20 درصد از کل دانش‌آموزان موفق به طرح مسأله‌ای صحیح، نشده‌اند. در پاسخ به سؤال دوم آزمون که در ارتباط با جمع و تفریق بود، شرایط به مراتب بهتر بود و اکثر دانش‌آموزان مسائل خود را با مرتبط با دنیای واقعی طرح کرده بودند.

3-1- پاسخ به سؤالات تحقیق

سؤال اول پژوهش: درک دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از ضرب اعداد چگونه است؟

به‌منظور پاسخ‌گویی به این سؤال باید عملکرد دانش‌آموزان را در اولین موقعیت طرح مسأله آزمون، مورد بررسی قرار داد. در این موقعیت، 72 نفر از دانش‌آموزان نتوانستند مسأله‌ای صحیح برای 3×5 طرح کنند و یک نفر هم مسأله‌ای طرح نکرده بود. در واقع، در این موقعیت که درک دانش‌آموزان از ضرب اعداد طبیعی - به‌عنوان یکی از مفاهیم مقدماتی ریاضیات مدرسه‌ای - مورد بررسی قرار گرفت، حدود 20 درصد آنها در طرح مسأله ناموفق بودند. عاملی که ممکن است تأثیر زیادی بر عدم موفقیت دانش‌آموزان در طرح مسائل مناسب داشته باشد، درک ناقص و سطحی از اعمال اصلی روی اعداد است. همچنین،

شامل 386 نفر از دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از چهار منطقه 18، 8، 3 و 1 تهران بود که به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای چند مرحله‌ای انتخاب شده بودند. برای جمع‌آوری داده‌ها، بر مبنای دسته‌بندی استویانوا و الرتن (1996)، آزمونی شامل دو موقعیت طرح مسأله توسط محققین طراحی شد. جهت تجزیه، تحلیل و مقایسه داده‌ها نیز، مدل رایلی و همکاران (1983) و دسته‌بندی یپ (2009) مورد استفاده قرار گرفتند.

نتایج نشان داد مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان، در موقعیت مربوط به ضرب، اغلب مشابه و فاقد تنوع است. در واقع، به نظر می‌رسد برخی دانش‌آموزان مفهوم ضرب را به درستی درک نکرده‌اند یا آن را فقط در حالت‌های محدودی تجربه کرده‌اند و با موقعیت‌های مختلفی که مفهوم ضرب در آنها صدق می‌کند چندان آشنا نیستند. این بخش از یافته‌های پژوهش با برخی نتایج مطالعه یپ (2009) مطابقت دارد. وی نیز در تحقیق خود به این نتیجه دست یافت که دانش‌آموزان برای مفهوم ضرب فقط مسائلی طرح کردند که به آنها آموزش داده شده بود.

نتایج همچنین حاکی از آن است که دانش‌آموزان در طرح مسائل مربوط به جمع و تفریق هم، چندان متنوع و واگرا عمل نکردند و اغلب مسائل آنها در چند دسته محدود طرح شده بود. علاوه بر این، برخی از دانش‌آموزان که مسائل صحیح طرح کرده بودند، به واقعی بودن مسائل خود توجه نداشتند. این امر می‌تواند به دلیل درک نادرست، سطحی و طوطی‌وار مفاهیم ریاضی از جمله ضرب، جمع و تفریق توسط دانش‌آموزان باشد. نکته دیگری که در بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان مشهود بود، این که برخی از آنها در طرح مسأله از تجارب شخصی خود در زندگی روزمره استفاده کرده بودند. در مجموع، به نظر می‌رسد دانش‌آموزان در دست‌ورزی با مفاهیم جمع و تفریق مسلط‌تر از ضرب هستند.

طرح مسأله ریاضی می‌تواند منعکس‌کننده آموزش‌های کلاسی ارائه شده توسط معلم، برنامه درسی، و کتاب درسی باشد. نتایج این تحقیق می‌تواند نشانگر سه ضعف عمده در سیستم آموزشی کشور باشد: 1- مباحث و تمرین‌های موجود در کتب ریاضی دوره ابتدایی از وسعت و عمق مورد نیاز برخوردار نیست، 2- معلمان در دوره ابتدایی، بنا به دلایلی چون کمبود وقت یا نداشتن دانش یا انگیزه کافی، بیشتر به شیوه‌های سنتی و تک بعدی

مفاهیم دست می‌یابند، بلکه با پی بردن به کاربرد ریاضیات، با انگیزه بیشتری به یادگیری آن مشغول می‌شوند.

سؤال دوم پژوهش: درک دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از جمع و تفریق اعداد چگونه است؟

برای پاسخ دادن به این سؤال باید پاسخ دانش‌آموزان به دومین موقعیت آزمون، مورد بررسی قرار گیرد. بنابر اطلاعات موجود در جدول 7، دانش‌آموزان در واقع فقط در هشت دسته از چهارده دسته معرفی شده در مدل رایلی و همکاران (1983) مسأله طرح کردند. محقق بر این باور نیست که در هر دسته از این مدل باید تعداد مساوی مسأله طرح می‌شد، ولی عملکرد مذکور می‌تواند به دلیل دو عامل باشد. یک، در کتاب‌های ریاضی دوره ابتدایی، مفاهیم پایه‌ای مثل جمع و تفریق به صورت همه جانبه و جامع مورد بررسی و آموزش قرار نگرفته است. دو، این مسأله دور از ذهن نیست که پاسخ دانش‌آموزان در اکثر مواقع مطابق با روش‌هایی است که به آن‌ها آموزش داده می‌شود.

در واقع، نوع تدریس مفاهیم جمع و تفریق در سال‌های اولیه تحصیل، چنان‌چه باید، کامل و عمیق نیست. به نظر می‌رسد تعدادی از دانش‌آموزان، جمع و تفریق را به صورت روبه‌هایی درک کرده‌اند که فقط در پاسخ به تمرین‌ها و مسائل معمولی و الگوریتمی کاربرد دارد و به ارزش آگاهی و درک این اعمال، به‌عنوان ابزاری برای انجام محاسبات در مسائل و موقعیت‌های روزمره یا مسائل غیرمعمولی، پی نبرده‌اند. با توجه به عملکرد دانش‌آموزان در دو موقعیت طرح مسأله، به نظر می‌رسد یکی دیگر از عوامل تأثیرگذار بر عملکرد دانش‌آموزان، عدم وجود تجارب کافی در طرح مسائل ریاضی در کلاس‌های درس باشد. همچنین، باید به این امر اشاره کرد که برخی از اشتباهات اصلی دانش‌آموزان در طرح و حل مسائل، ناشی از ضعف آن‌ها برای بیان مسائل کلامی است.

4 - بحث و نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر به‌منظور کسب آگاهی از درک دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از سه عمل ضرب، جمع و تفریق، با استفاده از تکالیف طرح مسأله و با روش توصیفی - پیمایشی، انجام گرفت. نمونه مورد مطالعه

- ²⁵ Comparison
²⁶ Rectangular Array
²⁷ Area
²⁸ Rate

مراجع

- [1] ایزدی، مهدی (1391). تحلیل محتوای مقایسه‌ای اهداف برنامه درسی و محتوای کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی کشور ایران، ژاپن و آمریکا (ایالت کالیفرنیا). پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد. دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات فارس، شیراز، ایران.
- [2] علم‌الهدائی، حسن (1388). اصول آموزش ریاضی. (چاپ اول). مشهد: جهان فردا.
- [3] رفیع‌پور، ابوالفضل (1389). مروری کوتاه بر یافته‌های تیمز پیشرفته 2008. رشد آموزش ریاضی، شماره 100، ص 62-57.
- [4] یپ بان‌هار (2009). طرح مسأله ریاضی در مدارس ابتدایی سنگاپور (مترجمان: ابراهیم ریحانی، خدیجه کریمی‌کیا). رشد آموزش ریاضی، شماره 110، 27-20.
- [5] Abu-Elwan, Reda (1999). The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers. In A. Rogerson (Ed.) Proceedings of the International conference on Mathematical Education into the 21st Century: Social Challenges, Issues and Approaches, (Vol. II, pp. 1-8), Cairo Egypt.
- [6] Brown, S. Walter, M. (2005). The Art of Problem Posing. Lawrence Erlbaum Associates, 3rd. Mahwah, NJ.
- [7] Cai, J. , & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. The Journal of Mathematical Behavior, 21(4): 401-421.
- [8] Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An Empirical Taxonomy of Problem Posing Processes. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (International Reviews on Mathematical Education), 37 (3), 1-10.

تدریس می‌کنند که مبتنی بر یادگیرهای طولی‌وار است و هدف عمده آنها کسب نمره مناسب در آزمون‌های کاغذ- قلمی است، 3- دانش‌آموزان به شیوه‌ی واگرا فکر نمی‌کنند و خود را در قالب‌های از پیش تعیین شده، توسط معلم یا برنامه درسی، محصور می‌کنند. فعالیت‌های طرح مسأله از ظرفیت‌های آموزشی نسبتاً متعددی برخوردار است. یکی از مهمترین این ظرفیت‌ها که در این مطالعه به چشم می‌خورد، توانایی این نوع فعالیت‌ها در نشان دادن آموخته‌های دانش‌آموزان و نقاط ضعف و قدرت روش تدریس معلم، کتاب درسی و برنامه درسی است. لذا معلمان در مقاطع مختلف تحصیلی می‌توانند از فعالیت‌های طرح مسأله به‌منظور بهبود کیفیت تدریس خود و افزایش یادگیری دانش‌آموزان بهره ببرند. البته این امر مستلزم آن است که دانشجو معلمان در دوره دانشجویی و معلمان، در دوره‌های ضمن خدمت با ابعاد مختلف طرح مسأله و سایر مفاهیم اساسی ریاضی، مثل اعمال اصلی، آشنا شوند و در آن تسلط یابند. همچنین بهتر است مؤلفین محترم برنامه و کتب درسی با مطالعات همه‌جانبه‌تر و بررسی تحقیقات روز دنیا و نتایج آنها در زمینه آموزش اعمال جمع، تفریق و ضرب، در دوره ابتدایی، به تدوین برنامه و کتب درسی اقدام کنند.

پی‌نوشت

- ¹ Problem posing
- ² English
- ³ Lavy & Shriki
- ⁴ Silver
- ⁵ Cai & Hwang
- ⁶ Kilpatrick
- ⁷ Interesting
- ⁸ Kesan, Kaya & Guvercin
- ⁹ Root -Bernstein
- ¹⁰ Christou, Mousoulides, Pittalis, Pantazi & Sriraman
- ¹¹ Abu-Elwan
- ¹² Stoyanova & Ellerton
- ¹³ Structured situation
- ¹⁴ Semi-structured situation
- ¹⁵ Free situation
- ¹⁶ Riley, Greeno & Heller
- ¹⁷ Problem situation
- ¹⁸ Change
- ¹⁹ Combine
- ²⁰ Compare
- ²¹ Equalizing
- ²² Carpenter & Moser
- ²³ Yeap Ban Har
- ²⁴ Equal Groups

- [9] English, Lyn D. (1997). The Development of Fifth-Grade Children's Problem-Posing Abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3): 183-217.
- [10] Kesan, C. Kaya, D. & Guvercin, S. (2010). The Effect of Problem Posing Approach to the Gifted Student's Mathematical Abilities. *International Online Journal of Educational Sciences*, 2010, 2 (3), 677-687
- [11] Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? Lawrence Erlbaum, In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education*, Hillsdale, NJ: (pp. 123—147).
- [12] lavy, I. & Shriki, A. (2007): Posing problems as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers. in Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.). *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, 129-136. Seoul: PME.
- [13] NCTM. (2000): *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- [14] Riley. M.S., Greeno, J.G., & Heller, J.I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H.P. Ginsburg (Ed.) *The development of mathematical thinking* (pp.153-196). New York: Academic Press.
- [15] Silver, E. A. (1994): On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- [16] Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996): A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in Mathematics Education*, 518–525. Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.